

Ограничения в области определения имеют только 4 вида функций:

$$1) y = \sqrt[2k]{\blacktriangledown}$$

корень ЧЁТНОЙ степени может быть вычислен при неотрицательном подкоренном выражении

$$\text{ООФ: } \blacktriangledown \geq 0$$

Пример 1.

$$y = \sqrt{2x - 7}$$

ООФ: $2x - 7 \geq 0$ (линейное неравенство)

$$2x \geq 7$$

$$x \geq 3,5$$

$$\underline{x \in [3,5; +\infty)}$$

Пример 2.

$$y = \sqrt{-x^2 - x + 2}$$

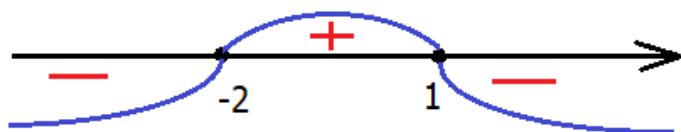
ООФ: $-x^2 - x + 2 \geq 0$ (+) (квадратное неравенство, решим методом интервалов)

а) Решим уравнение

$$-x^2 - x + 2 = 0 \text{ (ветви вниз)}$$

$$D=9, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 1$$

б) нанесем корни на координатную прямую, обозначим интервалы, определим в них знаки левой части ($-x^2 - x + 2$)



в) выберем интервал с (+)

$$\underline{x \in [-2; 1]}$$

$$2) y = \frac{\text{orange box}}{\text{blue pentagon}}$$

дробь может быть вычислена при **ненулевом знаменателе**

$$\text{ООФ: } \text{blue pentagon} \neq 0$$

Пример 1.

$$y = \frac{3x-5}{9-2x}$$

$$\text{ООФ: } 9 - 2x \neq 0$$

$$-2x \neq -9$$

$$x \neq 4,5$$

$x \in (-\infty; 4,5) \cup (4,5; +\infty)$, можно оставить в виде $x \neq 4,5$

Пример 2.

$$y = \frac{3x-5}{9x^2-x}$$

$$\text{ООФ: } 9x^2 - x \neq 0 \text{ (квадратное уравнение)}$$

$$x(9x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{или} \quad 9x-1 \neq 0$$

$$x \neq \frac{1}{9}$$

$x \in (-\infty; 0) \cup (0; \frac{1}{9}) \cup (\frac{1}{9}; +\infty)$, можно оставить в виде $x \neq 0, x \neq \frac{1}{9}$

$$3) y = (\text{green star})^0$$

нулевая степень может быть вычислена при **ненулевом основании степени**

$$\text{ООФ: } \text{green star} \neq 0$$

Аналогично пункту 2

4) Если в формуле функции имеются **несколько** ограничений, из них следует составить систему и решить её.

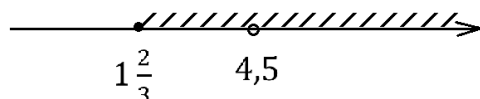
Пример 1.

$$y = \frac{\sqrt[4]{3x-5}}{9-2x}$$

$$\text{ООФ: } \begin{cases} 3x - 5 \geq 0 \\ 9 - 2x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \geq 5 \\ -2x \neq -9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1\frac{2}{3} \\ x \neq 4,5 \end{cases}$$



$$x \in [1\frac{2}{3}; 4,5) \cup (4,5; +\infty)$$

Пример 2.

$$y = \sqrt{\frac{3x-5}{9x^2-x}}$$

$$\text{ООФ: } \begin{cases} \frac{3x-5}{9x^2-x} \geq 0 \quad (1) \\ 9x^2 - x \neq 0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $9x^2 - x \neq 0$ (квадратное уравнение)

$$x(9x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad \text{или} \quad 9x-1 \neq 0$$

$$x \neq \frac{1}{9}$$

(1) $\frac{3x-5}{9x^2-x} \geq 0$ (+), решим методом интервалов

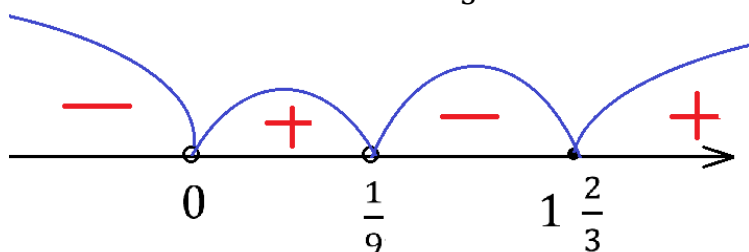
а) Решим уравнение $\frac{3x-5}{9x^2-x} = 0$ дробь равна нулю, когда числитель равен нулю ($3x - 5 = 0$), а знаменатель нулю не равен ($9x^2 - x \neq 0$) (это условие совпадает с условием (2) системы, оно уже решено)

$$3x - 5 = 0$$

$$3x = 5$$

$$x = 1 \frac{2}{3}$$

б) при нанесении на числовую ось учтём все полученные условия ($x = 1 \frac{2}{3}$), ($x \neq 0$), ($x \neq \frac{1}{9}$)

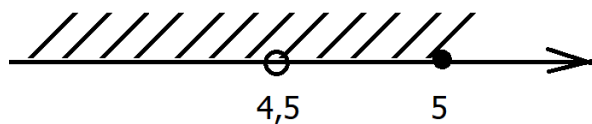


$$x \in \left(0; \frac{1}{9}\right) \cup \left[1 \frac{2}{3}; +\infty\right)$$

Пример 3.

$$y = \frac{3x-5}{9-2x} + \sqrt{5-x}$$

$$\text{ООФ: } \begin{cases} 9 - 2x \neq 0 \\ 5 - x \geq 0 \\ -2x \neq -9 \\ -x \geq -5 \\ x \neq 4,5 \\ x \leq 5 \end{cases}$$



$$x \in (-\infty; 4,5) \cup (4,5; 5]$$